# Comment étudier les pratiques enseignantes du point de vue de la Double Approche didactique et ergonomique ?

Céline Nihoul

Haute École Albert Jacquard
Département pédagogique

15 mai 2023

# La didactique des mathématiques (1/2)

- Intérêt pour les **apprentissages** en mathématiques des élèves.

**Question 1**

Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?

# La didactique des mathématiques (1/2)

- Intérêt pour les **apprentissages** en mathématiques des élèves.

**Question 1**

Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?

- Intérêt pour l'**enseignement** proposé aux élèves.

**Question 2**

Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?

# La didactique des mathématiques (1/2)

- Intérêt pour les **apprentissages** en mathématiques des élèves.

**Question 1**

Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?

- Intérêt pour l'**enseignement** proposé aux élèves.

**Question 2**

Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?

- Intérêt pour les **liens** entre l'enseignement proposé et les apprentissages des élèves.

**Question 3**

Comment mettre en relation l'enseignement proposé et les apprentissages mathématiques correspondants des élèves ?

# La didactique des mathématiques (2/2)

**Définition (Douady, 1984)**

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

# La didactique des mathématiques (2/2)

**Définition (Douady, 1984)**

La didactique des mathématiques est l'étude de processus de transmission et d'acquisition des différents contenus de cette science, et qui propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux rapports entre son enseignement et son apprentissage.

Plusieurs cadres théoriques possibles :

- Théorie Anthropologique du Didactique (TAD, Chevallard) ;
- Théorie des Situations Didactiques (TSD, Brousseau) ;
- **Théorie de la Double Approche didactique et ergonomique (DA, Robert & Rogalski).**
- . . .

# Plan

1. Fondements et hypothèses de la Double Approche
2. Étude de cas sur les pratiques enseignantes en géométrie
3. Des pistes pour la formation initiale des enseignants
4. Conclusion

# Plan


1 Fondements et hypothèses de la Double Approche

2 Étude de cas sur les pratiques enseignantes en géométrie

3 Des pistes pour la formation initiale des enseignants

4 Conclusion

# Principes de la DA

## Objectif (Vandebrouck, 2008)

Analyser les pratiques des **enseignants** de mathématiques, vus comme des professionnels exerçant un métier, afin de mieux comprendre les choix effectués pour faire apprendre les **élèves**.

# Principes de la DA

## Objectif (Vandebrouck, 2008)

Analyser les pratiques des **enseignants** de mathématiques, vus comme des professionnels exerçant un métier, afin de mieux comprendre les choix effectués pour faire apprendre les **élèves**.

- Les élèves et les enseignants sont vus comme des **sujets singuliers**.

# Principes de la DA

## Objectif (Vandebrouck, 2008)

Analyser les pratiques des **enseignants** de mathématiques, vus comme des professionnels exerçant un métier, afin de mieux comprendre les choix effectués pour faire apprendre les **élèves**.

- Les élèves et les enseignants sont vus comme des **sujets singuliers**.
- Approcher les apprentissages des élèves grâce à la Théorie de l'Activité (Leontiev, 1984).

# Principes de la DA

## Objectif (Vandebrouck, 2008)

Analyser les pratiques des **enseignants** de mathématiques, vus comme des professionnels exerçant un métier, afin de mieux comprendre les choix effectués pour faire apprendre les **élèves**.

- Les élèves et les enseignants sont vus comme des **sujets singuliers**.
- Approcher les apprentissages des élèves grâce à la Théorie de l'Activité (Leontiev, 1984).
- Considérer les pratiques enseignantes comme un système complexe influencé par de nombreux déterminants du métier (Chesnais, 2009).

# Principes de la DA

## Objectif (Vandebrouck, 2008)

Analyser les pratiques des **enseignants** de mathématiques, vus comme des professionnels exerçant un métier, afin de mieux comprendre les choix effectués pour faire apprendre les **élèves**.

- Les élèves et les enseignants sont vus comme des **sujets singuliers**.
- Approcher les apprentissages des élèves grâce à la Théorie de l'Activité (Leontiev, 1984).
- Considérer les pratiques enseignantes comme un système complexe influencé par de nombreux déterminants du métier (Chesnais, 2009).

$\Rightarrow$ Utilise des concepts de psychologie cognitive, de psychologie ergonomique et de didactique professionnelle initiés par Piaget, Vygotski et Vergnaud.

# Définitions

**La tâche (Leontiev, 1984 ; Leplat, 1997)**

La tâche est ce qui est à faire ; le but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions.

# Définitions

## La tâche (Leontiev, 1984 ; Leplat, 1997)

La tâche est ce qui est à faire ; le but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions.

## L'activité (Vandebrouck, 2008)

L'activité est ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire.

# Définitions

## La tâche (Leontiev, 1984 ; Leplat, 1997)

La tâche est ce qui est à faire ; le but qu'il s'agit d'atteindre sous certaines conditions.

## L'activité (Vandebrouck, 2008)

L'activité est ce que développe un sujet lors de la réalisation de la tâche : non seulement ses actes extériorisés, mais aussi les inférences, les hypothèses qu'il fait, les décisions qu'il prend, dans ce qu'il fait et ce qu'il se retient de faire.

$\Rightarrow$ L'activité est liée au sujet alors que la tâche est liée aux actions qui sont mises en œuvre pour la réaliser.

# Les apports de Piaget (1985)

## Hypothèse piagétienne

Les actions que le sujet réalise sur les objets vont lui permettre de construire ses connaissances sur ceux-ci. L'activité du sujet est déterminée par ses connaissances sur les objets et leurs propriétés et est régulée avant l'action.

# Les apports de Piaget (1985)

## Hypothèse piagétienne

Les actions que le sujet réalise sur les objets vont lui permettre de construire ses connaissances sur ceux-ci. L'activité du sujet est déterminée par ses connaissances sur les objets et leurs propriétés et est régulée avant l'action.

Pour structurer les connaissances (Robert et al., 2012) :

- dialectique assimilation/accommodation ;
- processus de déséquilibration/rééquilibration.

# Les apports de Vygotski (1986)

## Hypothèses vygotskiennes

- La construction des connaissances est influencée par les médiations de l'adulte.
- L'apprentissage se doit d'anticiper le développement des concepts et de les faire progresser (notion de Zone Proximale de Développement).

# Les apports de Vygotski (1986)

## Hypothèses vygotskiennes

- La construction des connaissances est influencée par les médiations de l'adulte.
- L'apprentissage se doit d'anticiper le développement des concepts et de les faire progresser (notion de Zone Proximale de Développement).

## Définition (Boschet, 1988)

La ZPD se situe entre tout ce que le sujet est capable de faire seul et ce qu'il peut faire avec l'aide d'autrui.

# Adaptations de la TA aux mathématiques en situation scolaire

*« L'apprentissage d'un élève sur un contenu mathématique donné à un moment précis de l'enseignement peut survenir à la fois quand l'élève travaille en toute autonomie et quand l'élève prend part à un travail collectif possiblement guidé par les médiations de l'enseignant » (Grenier-Boley, 2019).*

# Adaptations de la TA aux mathématiques en situation scolaire

*« L'apprentissage d'un élève sur un contenu mathématique donné à un moment précis de l'enseignement peut survenir à la fois quand l'élève travaille en toute autonomie et quand l'élève prend part à un travail collectif possiblement guidé par les médiations de l'enseignant » (Grenier-Boley, 2019).*

## Hypothèses théoriques (Robert & Rogalski, 2002)

- Les apprentissages des élèves sont décrits par ce qui a été conceptualisé (au sens de Vergnaud, 1990) par les élèves sur une notion mathématique donnée et à un niveau précis de l'enseignement.
- La conceptualisation est caractérisée grâce à l'étude des activités mathématiques des élèves.

# Élargissement de la Théorie de l'Activité

- Les activités des élèves sont influencées par les pratiques [1] des enseignants.

1. Définies, selon Robert (2008), comme tout ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, avant, pendant et après la séance de classe.

# Élargissement de la Théorie de l'Activité

- Les activités des élèves sont influencées par les pratiques [1] des enseignants.
  - Activités de préparation : choix de l'organisation des contenus, choix de l'introduction, choix des exercices, . . .
  - Activités en classe : choix dans les médiations, choix dans les déroulements, choix des exercices, . . .

1. Définies, selon Robert (2008), comme tout ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, avant, pendant et après la séance de classe.

# Élargissement de la Théorie de l'Activité

- Les activités des élèves sont influencées par les pratiques [1] des enseignants.
  - Activités de préparation : choix de l'organisation des contenus, choix de l'introduction, choix des exercices, ...
  - Activités en classe : choix dans les médiations, choix dans les déroulements, choix des exercices, ...
- L'analyse imbriquée des activités de l'enseignant et des élèves dans la classe : *« permet de comprendre la contextualisation des processus d'enseignement-apprentissage, compte tenu des contenus mathématiques en jeu, des déroulements dans la classe, et du contexte de l'activité, découlant notamment de l'activité de l'enseignant, de ses pratiques habituelles mais aussi plus largement de l'établissement, de la communauté des enseignants, de la noosphère... » (Vandebrouck, 2020).*

1. Définies, selon Robert (2008), comme tout ce que l'enseignant pense, dit ou ne dit pas, fait ou ne fait pas, sur un temps long, avant, pendant et après la séance de classe.

# Les pratiques enseignantes

Les pratiques des enseignants, vus comme des professionnels exerçant un métier, sont étudiées suivant cinq composantes (Robert, 2004) :

- la composante cognitive (choix pour les contenus, les tâches, l'organisation du contenu, itinéraire cognitif, ...) ;
- la composante médiative (choix des déroulements, discours, les expositions des connaissances, ...) ;
- la composante institutionnelle (programme, horaire, manuels, la nature des mathématiques à enseigner, ...) ;
- la composante personnelle (représentations, expérience, connaissances de l'enseignant, ...) ;
- la composante sociale (collègues, parents, élèves, exigences ou contraintes liées à l'établissement, ...).

# Les liens enseignement-apprentissage

## Objectif (Chesnais, 2009)

Reconstituer des logiques d'action guidant les décisions de l'enseignant dans le but de faire apprendre les élèves.

COMMENT ?

- Analyser la nature des mathématiques à enseigner et les programmes (institutionnelle) en termes d'activités **possibles**.
  ⇒ Permet de définir la conceptualisation possible à un niveau précis d'enseignement pour le contenu mathématique visé.

# Les liens enseignement-apprentissage

**Objectif (Chesnais, 2009)**

Reconstituer des logiques d'action guidant les décisions de l'enseignant dans le but de faire apprendre les élèves.

COMMENT ?

- Analyser la nature des mathématiques à enseigner et les programmes (institutionnelle) en termes d'activités **possibles**.
  $\Rightarrow$ Permet de définir la conceptualisation possible à un niveau précis d'enseignement pour le contenu mathématique visé.
- Analyser la séquence d'enseignement élaborée par l'enseignant (cognitive) en termes d'activités **attendues** des élèves.
  $\Rightarrow$ Permet de définir la conceptualisation visée.

# Les liens enseignement-apprentissage

## Objectif (Chesnais, 2009)

Reconstituer des logiques d'action guidant les décisions de l'enseignant dans le but de faire apprendre les élèves.

COMMENT ?

- Analyser la nature des mathématiques à enseigner et les programmes (institutionnelle) en termes d'activités **possibles**.
  $\Rightarrow$ Permet de définir la conceptualisation possible à un niveau précis d'enseignement pour le contenu mathématique visé.
- Analyser la séquence d'enseignement élaborée par l'enseignant (cognitive) en termes d'activités **attendues** des élèves.
  $\Rightarrow$ Permet de définir la conceptualisation visée.
- Analyser les déroulements en classe (médiative) pour préciser les activités **effectives** des élèves.

  $\Rightarrow$ Permet de définir le niveau de conceptualisation atteint.

# Analyses à réaliser

- Deux temps : avant les déroulements, après les déroulements.
- Méthodologie : comparer les activités attendues (*a priori*) des élèves et celles effectives (*a posteriori*).

# Analyses à réaliser

- Deux temps : avant les déroulements, après les déroulements.
- Méthodologie : comparer les activités attendues (*a priori*) des élèves et celles effectives (*a posteriori*).

## *A priori*

- Nature des notions
- Programmes, manuels
- Séquence prévue

## *A posteriori*

- Séquence réalisée
- Médiations

# Le relief sur les notions à enseigner (Pariès et al., 2007)

## Objectif

Déterminer les spécificités des notions mathématiques à enseigner afin de mieux comprendre ce qui est en jeu dans leur enseignement.

# Le relief sur les notions à enseigner (Pariès et al., 2007)

## Objectif

Déterminer les spécificités des notions mathématiques à enseigner afin de mieux comprendre ce qui est en jeu dans leur enseignement.

**Analyse cognitive**

Difficultés des élèves ;
Nature des notions.

# Le relief sur les notions à enseigner (Pariès et al., 2007)

## Objectif

Déterminer les spécificités des notions mathématiques à enseigner afin de mieux comprendre ce qui est en jeu dans leur enseignement.

**Analyse cognitive**

Difficultés des élèves ;
Nature des notions.

**Analyse historico-épistémo**

Émergence des notions ;
Développement des notions.

# Le relief sur les notions à enseigner (Pariès et al., 2007)

## Objectif

Déterminer les spécificités des notions mathématiques à enseigner afin de mieux comprendre ce qui est en jeu dans leur enseignement.

**Analyse cognitive**

Difficultés des élèves ;
Nature des notions.

**Analyse historico-épistémo**

Émergence des notions ;
Développement des notions.

**Analyse curriculaire**

Programmes ;
Manuels.

# Le relief sur les notions à enseigner (Pariès et al., 2007)

## Objectif

Déterminer les spécificités des notions mathématiques à enseigner afin de mieux comprendre ce qui est en jeu dans leur enseignement.

**Analyse cognitive**

Difficultés des élèves ;
Nature des notions.

**Analyse historico-épistémo**

Émergence des notions ;
Développement des notions.

**Analyse curriculaire**

Programmes ;
Manuels.

⇒ Le relief sert de **référence** pour l'analyse de la séquence d'enseignement.

# La séquence d'enseignement

- Une séquence d'enseignement est composée d'une partie « cours » et d'une partie « exercices ».

# La séquence d'enseignement

- Une séquence d'enseignement est composée d'une partie « cours » et d'une partie « exercices ».
- Les activités des élèves sont moins facilement observables lors des moments de cours (Bridoux et al., 2015).

# La séquence d'enseignement

- Une séquence d'enseignement est composée d'une partie « cours » et d'une partie « exercices ».
- Les activités des élèves sont moins facilement observables lors des moments de cours (Bridoux et al., 2015).
- Le « cours » est une référence pour les élèves dont ils empruntent les mots, les formulations et les notions.

# La séquence d'enseignement

- Une séquence d'enseignement est composée d'une partie « cours » et d'une partie « exercices ».
- Les activités des élèves sont moins facilement observables lors des moments de cours (Bridoux et al., 2015).
- Le « cours » est une référence pour les élèves dont ils empruntent les mots, les formulations et les notions.

## Hypothèses théoriques

- La qualité des interventions de l'enseignant peut influencer les activités des élèves (Abboud-Blanchard et al., 2017).
- L'enseignant essaie durant les moments de cours de faire progresser les connaissances des élèves en restant « proche » d'eux, c'est-à-dire en activant des connexions entre les mots et le travail déjà fait (Bridoux et al., 2016).

# Les moments de cours

- Étude du **texte du savoir** : organisation des contenus, formalisations, reformulations, liens avec les connaissances anciennes, relation entre les différentes parties, . . .

# Les moments de cours

- Étude du **texte du savoir** : organisation des contenus, formalisations, reformulations, liens avec les connaissances anciennes, relation entre les différentes parties, . . .
  $\Rightarrow$ Notions de cadres (Douady, 1992), de registres (Duval, 1993), de points de vue (Rogalski, 1995).

# Les moments de cours

- Étude du **texte du savoir** : organisation des contenus, formalisations, reformulations, liens avec les connaissances anciennes, relation entre les différentes parties, ...
  $\Rightarrow$ Notions de cadres (Douady, 1992), de registres (Duval, 1993), de points de vue (Rogalski, 1995).
- Étude du **discours** des enseignants : rapprochements entre le texte du savoir et les élèves (ZPD), rapprochements entre les différentes parties du cours, rapprochements entre le texte du savoir et les exemples, ...

# Les moments de cours

- Étude du **texte du savoir** : organisation des contenus, formalisations, reformulations, liens avec les connaissances anciennes, relation entre les différentes parties, . . .
  ⇒ Notions de cadres (Douady, 1992), de registres (Duval, 1993), de points de vue (Rogalski, 1995).
- Étude du **discours** des enseignants : rapprochements entre le texte du savoir et les élèves (ZPD), rapprochements entre les différentes parties du cours, rapprochements entre le texte du savoir et les exemples, . . .
  ⇒ Notion de proximité-en-acte (Robert & Vandebrouck, 2014).

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;
  $\Rightarrow$ Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, adaptations des connaissances (Robert 1998).

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;
  ⇒ Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, adaptations des connaissances (Robert 1998).
- des conditions de travail ;

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;
  $\Rightarrow$ Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, adaptations des connaissances (Robert 1998).
- des conditions de travail ;
  $\Rightarrow$ Types et formes du travail (Robert, 2008).

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;
  ⇒ Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, adaptations des connaissances (Robert 1998).
- des conditions de travail ;
  ⇒ Types et formes du travail (Robert, 2008).
- de la qualité et la nature des échanges.

# Les exercices

Les activités des élèves dépendent :

- du choix des tâches ;
  ⇒ Niveaux de mise en fonctionnement des connaissances, adaptations des connaissances (Robert 1998).
- des conditions de travail ;
  ⇒ Types et formes du travail (Robert, 2008).
- de la qualité et la nature des échanges.
  ⇒ Types d'aides (Robert, 2007).

# Vision globale de la méthodologie

## *A priori*

- Relief :
  - Cognitive
  - Historico-épistémologique
  - Curriculaire
- Moments de cours :
  - Texte du savoir
  - Occasions de proximités
- Exercices :
  - Adaptations des connaissances

## *A posteriori*

- Moments de cours :
  - Texte du savoir
  - Proximités
- Exercices :
  - Adaptations des connaissances
  - Aides
  - Types et formes du travail

# Plan

1 Fondements et hypothèses de la Double Approche

2 Étude de cas sur les pratiques enseignantes en géométrie

3 Des pistes pour la formation initiale des enseignants

4 Conclusion

# Contexte du travail

- Constat d'enseignant : difficultés récurrentes avec les droites et les plans dans l'espace (Nihoul, 2016).

# Contexte du travail

- CONSTAT d'enseignant : difficultés récurrentes avec les droites et les plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
- EXEMPLES :
  - $2x + 3y = 2 \leftrightsquigarrow$ plan.
  - $\left\{ \left( \frac{14}{13}, \frac{19}{13}, \alpha \right) \;\middle|\; \alpha \in \mathbb{R} \right\} \leftrightsquigarrow$ droite.
  - $\frac{x-3}{2} = y = \frac{z}{2} \leftrightsquigarrow (x, y, z) = (3, 0, 0) + \lambda(2, 1, 2)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.

# Contexte du travail

- Constat d'enseignant : difficultés récurrentes avec les droites et les plans dans l'espace (Nihoul, 2016).
- Exemples :
  - $2x + 3y = 2 \leftrightsquigarrow$ plan.
  - $\left\{ \left( \frac{14}{13}, \frac{19}{13}, \alpha \right) \;\middle|\; \alpha \in \mathbb{R} \right\} \leftrightsquigarrow$ droite.
  - $\frac{x-3}{2} = y = \frac{z}{2} \leftrightsquigarrow (x, y, z) = (3, 0, 0) + \lambda(2, 1, 2)$ où $\lambda \in \mathbb{R}$.
- Objectif : mieux comprendre les difficultés des élèves.

# La conceptualisation des droites et des plans

**Droites et plans**

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

**Droites et plans**

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$$

**Droites et plans**

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$$

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$$

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

$$ax + by + cz = d$$

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$$

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

$$ax + by + cz = d$$

# La conceptualisation des droites et des plans

**Droites et plans**

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

$$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$$

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Équations paramétriques et cartésiennes

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

$$ax + by + cz = d$$

# La conceptualisation des droites et des plans

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil (Douady, 1986)

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

$ax + by + cz = d$

Dimension objet (Douady, 1986)

# La conceptualisation des droites et des plans

**Droites et plans**

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil (Douady, 1986)

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

$ax + by + cz = d$

Dimension objet (Douady, 1986)

$\Rightarrow$ Une certaine disponibilité des connaissances dans leur D.O.O. et une certaine flexibilité entre les cadres, les registres et les points de vue sont attendues.

# Étude de terrain

- Analyse des séquences et des déroulements proposés par 5 enseignants.
- PROFIL des enseignants : $P_1, P_4 < 5$ans, $P_3 \in [5, 10]$, $P_2, P_5 > 10$ ans.
- FORMATION des enseignants : Master en math dont 2 avec une formation en didactique des mathématiques.
- PUBLIC d'élèves : 5e secondaire option mathématiques fortes.

# La conceptualisation visée par les enseignants

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

$ax + by + cz = d$

Dimension objet

# La conceptualisation visée par les enseignants

**Droites et plans**

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

$ax + by + cz = d$

Dimension objet

$\Rightarrow$ Disponibilité des connaissances dans la dimension objet. Flexibilité pouvant être développée entre les cadres et les registres. Implicite repéré pour les points de vue.

# Quelques éléments sur les déroulements

- Les enseignants tentent lors des moments de cours d'être dans la ZPD des élèves pour faire progresser leurs apprentissages.

# Quelques éléments sur les déroulements

- Les enseignants tentent lors des moments de cours d'être dans la ZPD des élèves pour faire progresser leurs apprentissages.
  $\Rightarrow$ Rôle limité car uniquement oralement.

# Quelques éléments sur les déroulements

- Les enseignants tentent lors des moments de cours d'être dans la ZPD des élèves pour faire progresser leurs apprentissages.
  $\Rightarrow$ Rôle limité car uniquement oralement.
- Les élèves travaillent peu en autonomie. Les résolutions sont de nature collective.

# Quelques éléments sur les déroulements

- Les enseignants tentent lors des moments de cours d'être dans la ZPD des élèves pour faire progresser leurs apprentissages.
  $\Rightarrow$ Rôle limité car uniquement oralement.
- Les élèves travaillent peu en autonomie. Les résolutions sont de nature collective.
- Lors des exercices, les enseignants prennent en charge de nombreuses adaptations des connaissances.

# Quelques éléments sur les déroulements

- Les enseignants tentent lors des moments de cours d'être dans la ZPD des élèves pour faire progresser leurs apprentissages.
  $\Rightarrow$ Rôle limité car uniquement oralement.
- Les élèves travaillent peu en autonomie. Les résolutions sont de nature collective.
- Lors des exercices, les enseignants prennent en charge de nombreuses adaptations des connaissances.
  $\Rightarrow$ Les activités attendues sont minorées par les aides fournies.

# La conceptualisation possible des élèves

**Droites et plans**

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

$ax + by + cz = d$

Dimension objet

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil

# La conceptualisation possible des élèves

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 0 \\ 3x + y + 4z = 3 \end{cases}$$

Technique

$\{(-2\alpha, \alpha, 3\alpha) | \alpha \in \mathbb{R}\}$

Conversions de registres

Chercher un point de percée d'une droite dans un plan

Dimension outil

**Droites et plans**

Équations paramétriques et cartésiennes

Changements de points de vue

Prolongement d'une arête ou d'une face d'un cube

Changements de cadres

$ax + by + cz = d$

Dimension objet

$\Rightarrow$ Disponibilité des connaissances dans la dimension objet. Peu de flexibilité entre les cadres, les registres et les points de vue.

## Apports de la DA dans notre travail

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5e secondaire.

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5e secondaire.
- Reconstruire l'itinéraire cognitif prévu par l'enseignant.

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5e secondaire.
- Reconstruire l'itinéraire cognitif prévu par l'enseignant.
- Mettre en avant le bénéfice des proximités tentées par l'enseignant sur les apprentissages des élèves.

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5$^{e}$ secondaire.
- Reconstruire l'itinéraire cognitif prévu par l'enseignant.
- Mettre en avant le bénéfice des proximités tentées par l'enseignant sur les apprentissages des élèves.
- Pointer les conditions de travail minorant les activités possibles des élèves.

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5e secondaire.
- Reconstruire l'itinéraire cognitif prévu par l'enseignant.
- Mettre en avant le bénéfice des proximités tentées par l'enseignant sur les apprentissages des élèves.
- Pointer les conditions de travail minorant les activités possibles des élèves.
- Comprendre les difficultés repérées en relation avec l'enseignement proposé.

## Apports de la DA dans notre travail

- Définir la conceptualisation pour les notions de droites et de plans en 5$^{e}$ secondaire.
- Reconstruire l'itinéraire cognitif prévu par l'enseignant.
- Mettre en avant le bénéfice des proximités tentées par l'enseignant sur les apprentissages des élèves.
- Pointer les conditions de travail minorant les activités possibles des élèves.
- Comprendre les difficultés repérées en relation avec l'enseignement proposé.
- Déduire des pistes et des leviers pour **agir** sur l'enseignement des notions et la formation des enseignants.

# Plan

1 Fondements et hypothèses de la Double Approche

2 Étude de cas sur les pratiques enseignantes en géométrie

3 Des pistes pour la formation initiale des enseignants

4 Conclusion

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.
- Observations des étudiants lors des stages.

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.
- Observations des étudiants lors des stages.
- La DA peut aider le formateur dans ses observations.

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.
- Observations des étudiants lors des stages.
- La DA peut aider le formateur dans ses observations.
- OBJECTIF : présenter les constats réalisés pour une étudiante.

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.
- Observations des étudiants lors des stages.
- La DA peut aider le formateur dans ses observations.
- OBJECTIF : présenter les constats réalisés pour une étudiante.
- NIVEAU : 6$^{e}$ primaire.

# Contexte de la réflexion

- PUBLIC : étudiants de B2 inscrits en instituteur.trice primaire.
- Observations des étudiants lors des stages.
- La DA peut aider le formateur dans ses observations.
- OBJECTIF : présenter les constats réalisés pour une étudiante.
- NIVEAU : 6$^{e}$ primaire.
- CONTENU mathématique visé : l'aire du trapèze.

# Quelques éléments de relief

- Difficulté à distinguer aire - surface - mesure (Douady, 1988).

# Quelques éléments de relief

- Difficulté à distinguer aire - surface - mesure (Douady, 1988).
- Historiquement :
  - la formule de l'aire des carrés et des rectangles est venue naturellement ($x$ rangées de $y$ carrés).
  - les formules pour les parallélogrammes, les triangles, les losanges et les trapèzes sont obtenues par **découpage** et **recomposition** de figures (Euclide, Hilbert).

# Quelques éléments de relief

- Difficulté à distinguer aire - surface - mesure (Douady, 1988).
- Historiquement :
  - la formule de l'aire des carrés et des rectangles est venue naturellement ($x$ rangées de $y$ carrés).
  - les formules pour les parallélogrammes, les triangles, les losanges et les trapèzes sont obtenues par **découpage** et **recomposition** de figures (Euclide, Hilbert).
- Le découpage et la recomposition de figures est au cœur de l'activité de division méréologique, activité essentielle pour développer la visualisation non-iconique grâce à la manière de voir d'un « inventeur-bricoleur » (Duval, 2005).

# Quelques éléments de relief

- Difficulté à distinguer aire - surface - mesure (Douady, 1988).
- Historiquement :
  - la formule de l'aire des carrés et des rectangles est venue naturellement ($x$ rangées de $y$ carrés).
  - les formules pour les parallélogrammes, les triangles, les losanges et les trapèzes sont obtenues par **découpage** et **recomposition** de figures (Euclide, Hilbert).
- Le découpage et la recomposition de figures est au cœur de l'activité de division méréologique, activité essentielle pour développer la visualisation non-iconique grâce à la manière de voir d'un « inventeur-bricoleur » (Duval, 2005).
- Les connaissances scolaires sur les aires sont souvent réduites à l'apprentissage et l'usage de formules (Boule, 2001). Cela prive l'élève d'intuition et de preuves accessibles.

# Quelques éléments de relief

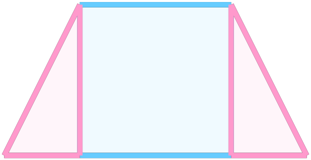
- Difficulté à distinguer aire - surface - mesure (Douady, 1988).
- Historiquement :
  - la formule de l'aire des carrés et des rectangles est venue naturellement ($x$ rangées de $y$ carrés).
  - les formules pour les parallélogrammes, les triangles, les losanges et les trapèzes sont obtenues par **découpage** et **recomposition** de figures (Euclide, Hilbert).
- Le découpage et la recomposition de figures est au cœur de l'activité de division méréologique, activité essentielle pour développer la visualisation non-iconique grâce à la manière de voir d'un « inventeur-bricoleur » (Duval, 2005).
- Les connaissances scolaires sur les aires sont souvent réduites à l'apprentissage et l'usage de formules (Boule, 2001). Cela prive l'élève d'intuition et de preuves accessibles.
- Le RTC (2022) permet de suivre cette démarche.

# L'aire d'un trapèze

- PRÉREQUIS : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :

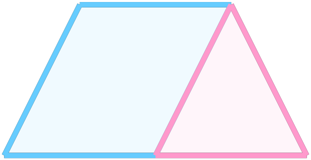
# L'aire d'un trapèze

- PRÉREQUIS : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :



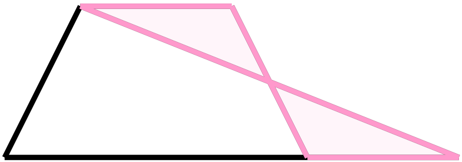
# L'aire d'un trapèze

- Prérequis : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :



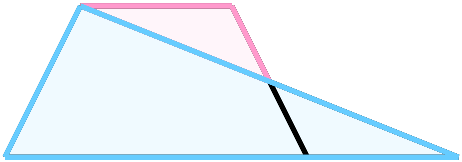
# L'aire d'un trapèze

- PRÉREQUIS : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :



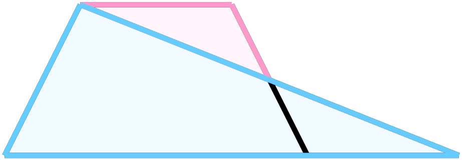
# L'aire d'un trapèze

- PRÉREQUIS : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :



# L'aire d'un trapèze

- PRÉREQUIS : la notion d'aire, le trapèze, les formules pour le carré, le rectangle, le parallélogramme et le triangle.
- De nombreuses méthodes de division méréologique sont possibles :



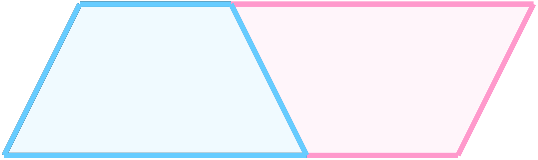
$$\frac{(b+B)\times h}{2}$$

# La séquence prévue

- Introduction : « Construisez deux trapèzes identiques et utilisez-les pour retrouver une figure connue. »

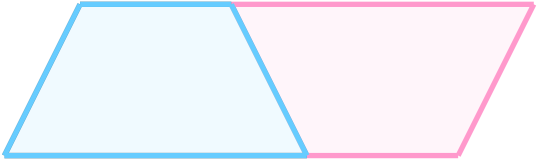
# La séquence prévue

- Introduction : « Construisez deux trapèzes identiques et utilisez-les pour retrouver une figure connue. »



# La séquence prévue

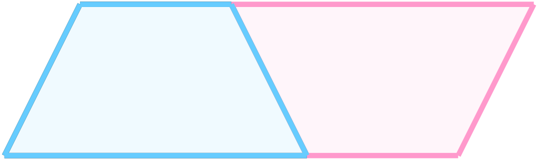
- Introduction : « Construisez deux trapèzes identiques et utilisez-les pour retrouver une figure connue. »



- Émergence de la formule en se basant sur celle du parallélogramme.

# La séquence prévue

- Introduction : « Construisez deux trapèzes identiques et utilisez-les pour retrouver une figure connue. »



- Émergence de la formule en se basant sur celle du parallélogramme.
- Exercices d'application immédiate de la formule.

# Analyse *a priori*

- La méthode choisie n'est pas une division méréologique.
  $\Rightarrow$ L'étudiante ne semble pas connaître les spécificités des notions.

# Analyse *a priori*

- La méthode choisie n'est pas une division méréologique.
  $\Rightarrow$ L'étudiante ne semble pas connaître les spécificités des notions.
- Des connaissances anciennes sont en jeu : aire, trapèze, formule d'aire du parallélogramme.
  $\Rightarrow$ L'étudiante semble avoir bien organisé les contenus.

# Analyse *a priori*

- La méthode choisie n'est pas une division méréologique.
  $\Rightarrow$ L'étudiante ne semble pas connaître les spécificités des notions.
- Des connaissances anciennes sont en jeu : aire, trapèze, formule d'aire du parallélogramme.
  $\Rightarrow$ L'étudiante semble avoir bien organisé les contenus.
- Les occasions de proximités sont nombreuses dans le document « élève ».
  $\Rightarrow$ Non écrites et à repérer dans le discours.

# Analyse *a priori*

- La méthode choisie n'est pas une division méréologique.
  $\Rightarrow$ L'étudiante ne semble pas connaître les spécificités des notions.
- Des connaissances anciennes sont en jeu : aire, trapèze, formule d'aire du parallélogramme.
  $\Rightarrow$ L'étudiante semble avoir bien organisé les contenus.
- Les occasions de proximités sont nombreuses dans le document « élève ».
  $\Rightarrow$ Non écrites et à repérer dans le discours.
- Les exercices se limitent aux aspects calculatoires.
  $\Rightarrow$ La technique semble être plus développée que le sens des notions.

# Analyse *a priori*

- La méthode choisie n'est pas une division méréologique.
  $\Rightarrow$ L'étudiante ne semble pas connaître les spécificités des notions.
- Des connaissances anciennes sont en jeu : aire, trapèze, formule d'aire du parallélogramme.
  $\Rightarrow$ L'étudiante semble avoir bien organisé les contenus.
- Les occasions de proximités sont nombreuses dans le document « élève ».
  $\Rightarrow$ Non écrites et à repérer dans le discours.
- Les exercices se limitent aux aspects calculatoires.
  $\Rightarrow$ La technique semble être plus développée que le sens des notions.

## Conceptualisation visée

Il est attendu des élèves qu'ils soient capables d'utiliser la notion dans sa dimension objet et qu'ils aient développé une certaine technique.

# Le déroulement en classe (1/2)

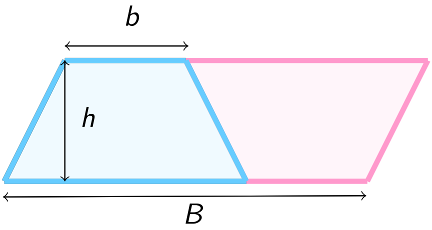
- La consigne est projetée au TBI et donnée par l'étudiante.
- Les élèves tracent, découpent et juxtaposent les trapèzes.
- Elle passe entre les bancs pour vérifier l'obtention du parallélogramme.
- Elle ajoute oralement une consigne : « Ne faites pas de trapèze rectangle ! ».
- Après 5 minutes, elle demande aux élèves leur démarche et la suit sur le TBI.
- Elle dit : « La figure obtenue est un parallélogramme et la formule pour l'aire est $B \times h$ ».
- Elle demande aux élèves de déduire la formule d'aire du trapèze.
- Les élèves proposent de diviser par deux car il y a deux trapèzes.

# Le déroulement en classe (2/2)

- Pour aider les élèves, voici le dessin réalisé :

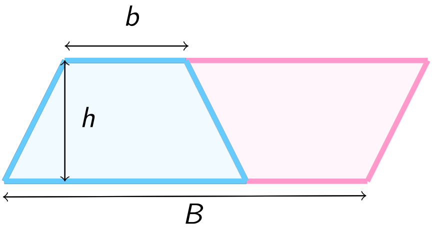
# Le déroulement en classe (2/2)

- Pour aider les élèves, voici le dessin réalisé :



# Le déroulement en classe (2/2)

- Pour aider les élèves, voici le dessin réalisé :




- La formule est donnée et écrite par l'étudiante au TBI.
- Les énoncés des exercices sont ensuite affichés au TBI, un par un, sans que les élèves aient la formule sous les yeux.
- Les élèves travaillent et l'étudiante passe entre les bancs.
- La séance d'une heure se termine sans correction des exercices.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)
- Proximités manquées par l'étudiante avec les connaissances anciennes des élèves.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)
- Proximités manquées par l'étudiante avec les connaissances anciennes des élèves.
- Confusion possible pour les élèves entre les différents $B$.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)
- Proximités manquées par l'étudiante avec les connaissances anciennes des élèves.
- Confusion possible pour les élèves entre les différents $B$.
- Aucun exemple n'est proposé aux élèves.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)
- Proximités manquées par l'étudiante avec les connaissances anciennes des élèves.
- Confusion possible pour les élèves entre les différents $B$.
- Aucun exemple n'est proposé aux élèves.
- Aucune vérification de l'acquisition de la notion visée.

# Analyse *a posteriori*

- Exploitation limitée de l'activité d'introduction : matériel, émergence formule.
- Activités des élèves minorées par l'étudiante (ajout consigne, donne la formule)
- Proximités manquées par l'étudiante avec les connaissances anciennes des élèves.
- Confusion possible pour les élèves entre les différents $B$.
- Aucun exemple n'est proposé aux élèves.
- Aucune vérification de l'acquisition de la notion visée.

## Conceptualisation possible

?

## Apports de la DA dans la formation initale

- Aider les formateurs :
  - à déterminer ce qu'il faut observer dans les pratiques de leurs étudiants ;
  - à repérer et nommer plus facilement les problèmes.

## Apports de la DA dans la formation initale

- Aider les formateurs :
  - à déterminer ce qu'il faut observer dans les pratiques de leurs étudiants ;
  - à repérer et nommer plus facilement les problèmes.
- Guider les futurs enseignants :
  - à réfléchir davantage aux contenus ;
  - à tenter plus de proximités avec les connaissances des élèves ;
  - à aider dans les choix des exercices proposés ;
  - à ne pas minorer les activités attendues des élèves ;

## Apports de la DA dans la formation initale

- Aider les formateurs :
  - à déterminer ce qu'il faut observer dans les pratiques de leurs étudiants ;
  - à repérer et nommer plus facilement les problèmes.
- Guider les futurs enseignants :
  - à réfléchir davantage aux contenus ;
  - à tenter plus de proximités avec les connaissances des élèves ;
  - à aider dans les choix des exercices proposés ;
  - à ne pas minorer les activités attendues des élèves ;

Il est important de proposer des « balises » issues de la didactique des mathématiques dans la formation car les enseignants débutants rencontrent des difficultés à emprunter seuls des éléments issus de ce champ de recherche (Masselot, 2000 ; Vergnes, 2001).

# Plan


1 Fondements et hypothèses de la Double Approche

2 Étude de cas sur les pratiques enseignantes en géométrie

3 Des pistes pour la formation initiale des enseignants

4 Conclusion

## Questions initiales

1. Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?
2. Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?
3. Comment mettre en relation l'enseignement proposé et les apprentissages mathématiques correspondants des élèves ?

Dans la DA :

## Questions initiales

1. Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?
2. Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?
3. Comment mettre en relation l'enseignement proposé et les apprentissages mathématiques correspondants des élèves ?

Dans la DA :

- L'accès aux apprentissages se fait par le biais de l'analyse des activités possibles des élèves.

## Questions initiales

1. Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?
2. Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?
3. Comment mettre en relation l'enseignement proposé et les apprentissages mathématiques correspondants des élèves ?

Dans la DA :

- L'accès aux apprentissages se fait par le biais de l'analyse des activités possibles des élèves.
- Les activités des élèves dépendent fortement de l'enseignement proposé par l'enseignant mais aussi des déroulements en classe.

## Questions initiales

1. Comment tenter d'accéder aux apprentissages des élèves en mathématiques ?
2. Comment analyser l'enseignement proposé aux élèves en mathématiques ?
3. Comment mettre en relation l'enseignement proposé et les apprentissages mathématiques correspondants des élèves ?

Dans la DA :

- L'accès aux apprentissages se fait par le biais de l'analyse des activités possibles des élèves.
- Les activités des élèves dépendent fortement de l'enseignement proposé par l'enseignant mais aussi des déroulements en classe.
- La confrontation entre les activités prévues par l'enseignant avant l'enseignement aux activités effectives des élèves en classe permet de déduire les apprentissages possibles des élèves et d'inférer des éléments sur les pratiques des enseignants.